Practica 11

Integrales dobles I

Problema 1.
Regiones.
Dibuje la región de integración asociada a cada Integral y calcule la respectiva integral

$$1. - \int_0^3 \int_0^2 \left(4 - y^2\right) dxdy$$

$$2. - \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\pi} (\operatorname{sen}(x) + \cos(y))\, dxdy$$

$$3. - \int_0^{\pi} \int_0^{x} (x \operatorname{sen}(y))\, dxdy$$

$$4. - \int_1^{\ln(8)} \int_0^{\ln(y)} e^{(x+y)} dxdy$$

$$5. - \int_1^4 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{3}{2}\, e^{\frac{y}{\sqrt{x}}}\, dxdy$$

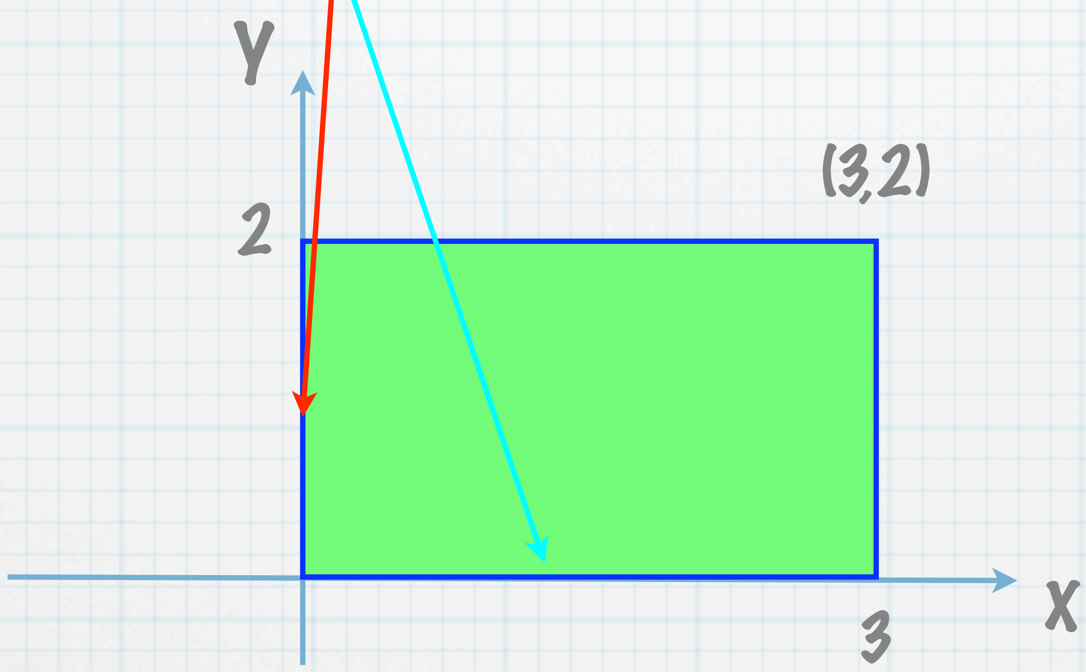
$$\int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2)\, dy\, dx$$

2

$$\int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2)\, dy\, dx$$

2

$$\int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2)\, dy\, dx$$

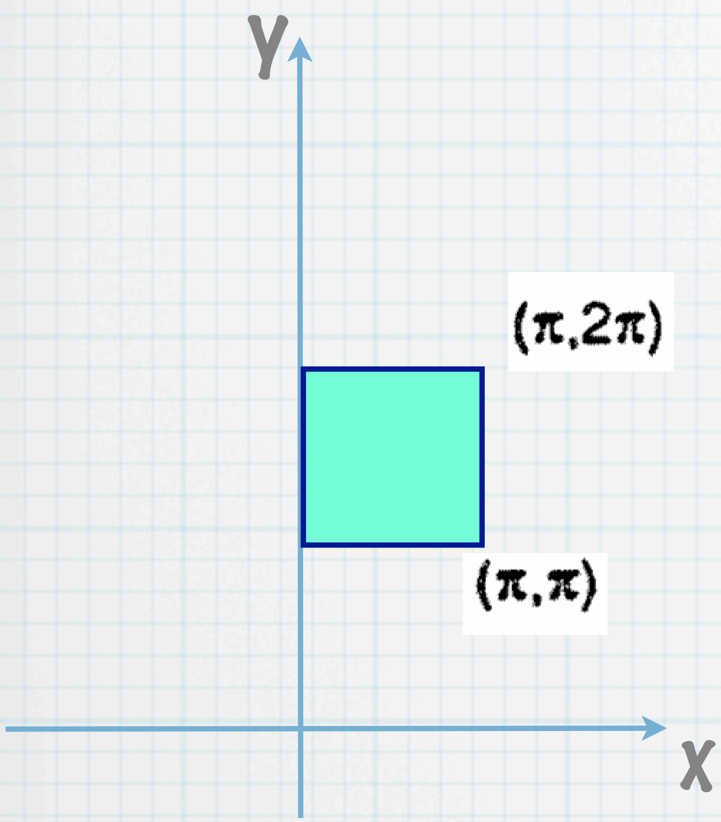


2

$$\int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2)\, dy\, dx$$

$$= \int_0^3 \left[4y - \frac{y^3}{3}\right]_0^2 dx = \frac{16}{3} \int_0^3 dx = 16$$

2

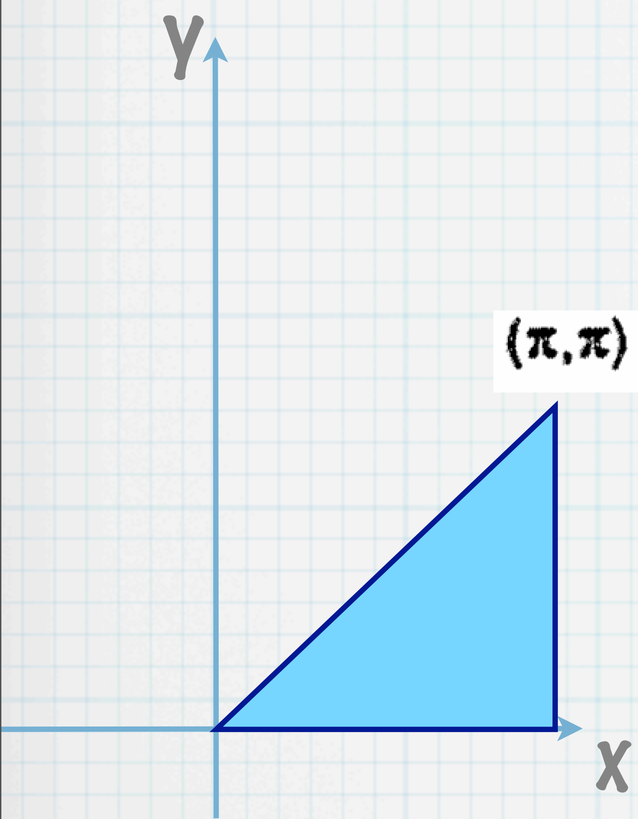


$$\int_{\pi}^{2\pi}\int_{0}^{\pi}(\sin x+\cos y)\,dx\,dy$$

$$=\int_{\pi}^{2\pi}\left[(-\cos x)+(\cos y)x\right]_{0}^{\pi}\,dy$$

$$=\int_{\pi}^{2\pi}(\pi\cos y+2)\,dy=\left[\pi\sin y+2y\right]_{\pi}^{2\pi}=2\pi$$

2



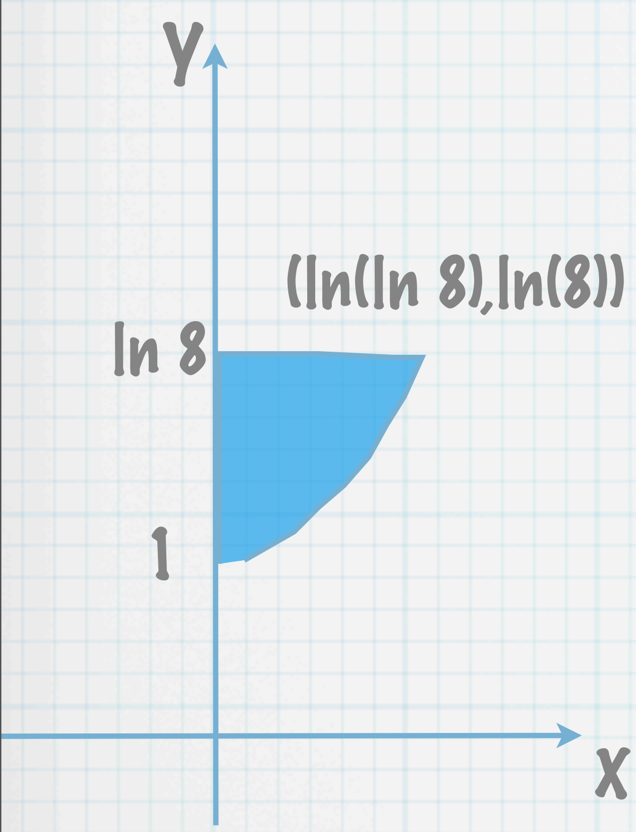
$$\int_0^{\pi}\int_0^{x}(x \sin y)\, dy\, dx$$

$$= \int_0^{\pi}\left[- x \cos y\right]_0^x dx$$

$$= \int_0^{\pi}(x - x \cos x)\, dx = \left[\frac{x^2}{2} - (\cos x + x \sin x)\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{\pi^2}{2} + 2$$

2

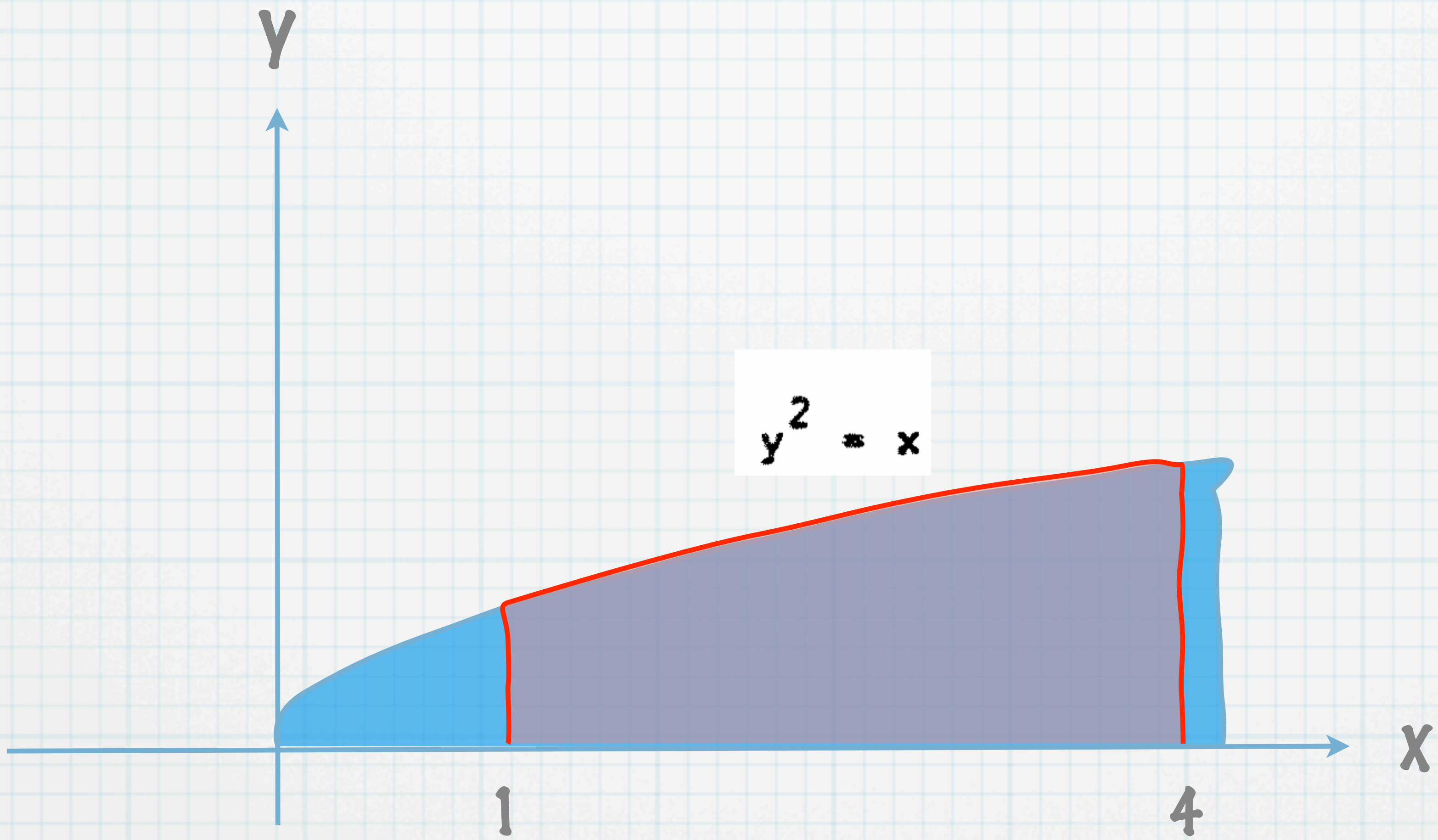


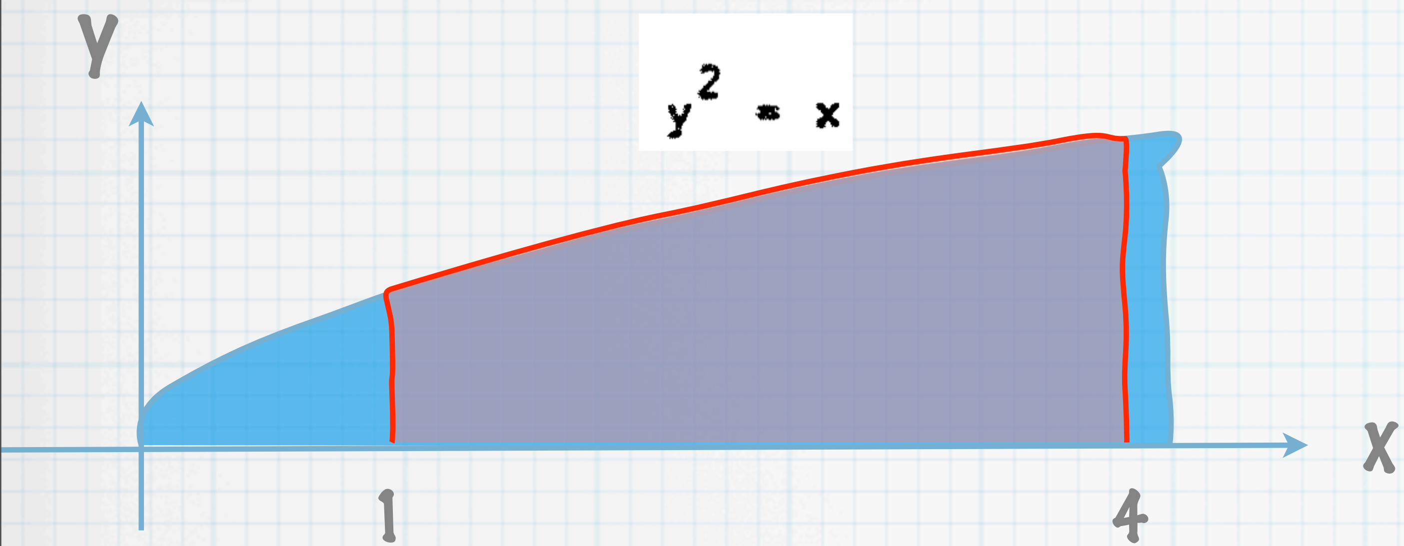
$$\int_1^{\ln 8}\int_0^{\ln y} e^{x+y}\,dx\,dy$$

$$= \int_1^{\ln 8} \left[e^{x+y}\right]_0^{\ln y} dy = \int_1^{\ln 8} (ye^y - e^y)\,dy$$

$$= \left[(y-1)e^y - e^y\right]_1^{\ln 8} = 8(\ln 8 - 1) - 8 + e$$
$$= 8\ln 8 - 16 + e$$

$$\int_1^4 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{3}{2} e^{y/\sqrt{x}} \, dy \, dx$$





$$\int_1^4 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{3}{2}\, e^{y/\sqrt{x}}\, dy\, dx$$

$$= \int_1^4 \left[\frac{3}{2}\sqrt{x}\, e^{y/\sqrt{x}}\right]_0^{\sqrt{x}} dx$$

$$= \frac{3}{2}(e-1)\int_1^4 \sqrt{x}\, dx \;=\; \left[\frac{3}{2}(e-1)\left(\frac{2}{3}\right)x^{3/2}\right]_1^4 = 7(e-1)$$

Problema 2.

Calcule la integral de $f(x,y)=x/y$ sobre la región delimitada por $y=x$, $y=2x$, $x=1$, $x=2$, que se encuentra en el primer cuadrante.

Problema 3.

Calcule la integral de $f(s,t) = e^s \ln(t)$ sobre la región del primer cuadrante del plano-st delimitado por

$$s = \ln(t),\ t = 1,\ t = 2$$

Problema 4.

En cada caso identifique la región de integración y cambie el orden de integración.

$$1.- \int_0^1 \int_2^{4-2x} dy dx$$

$$2.- \int_0^1 \int_{1-x}^{1-x^2} dy dx$$

$$3.- \int_0^{\frac{3}{2}} \int_0^{9-4x^2} 16x \, dy dx$$

$$4.- \int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 6x \, dy dx$$

Problema 5.

Encuentre el volumen de la región delimitada por el paraboloide de ecuación $z = x^2 + y^2$ y por el triángulo encerrado por las rectas

$$y = x, \ x = 0, \ x + y = 2$$

en el plano Oxy.